



**La politique  
de l'enfant unique  
en Chine**



## **Chine et communisme**

**1921**

**1949**

Véritable apparition du communisme en Chine

Proclamation de la République Populaire de Chine par Mao Zedong



Le communisme, tel qu'il est présent en Chine, défend que l'homme est avant tout un producteur.

De même, la prospérité de la Chine dépendrait directement de sa croissance démographique.

Il y a donc, dans les années 1950, une favorisation des familles nombreuses.



**1953**

10 000 000 d'habitants de plus que ce qui était prévu.

La récolte de l'année passée est insuffisante et ne pourra donc pas nourrir toute la population, qui continue de croître.

On se rend alors compte que les faits contredisent l'idéologie communiste.

En conséquence, dans le milieu des années 50, le gouvernement chinois tente de contrôler les naissances, comme par exemple avec la légalisation des moyens de contraception.



## Le début d'une période de changements

1962  
1966  
1971

Seulement quelques mois après l'autorisation des moyens de contraception, le gouvernement chinois, dirigé par Mao Zedong, change d'avis quant au sujet du contrôle des naissances.

La politique communiste chinoise se tourne une nouvelle fois vers un bridage des naissances : sa population croît trop fortement. C'est ainsi une bataille entre faits ( l'impossibilité de nourrir tous les chinois ), et idéologie ( qui va à l'encontre d'un contrôle des naissances ).

Mao change à nouveau d'avis.

Suite à la mort de Mao Zedong, le nouveau gouvernement chinois décide de réduire le taux de natalité.



**1974**  
**1975**

Trois ans après avoir annoncé sa volonté de contrôler les naissances, le gouvernement de Deng Xiaoping met un plan en place.

Les deux objectifs de ce plan sont de réduire le taux de natalité de 1% en ville et de 1.5% en campagne.

Un an après, les chiffres sont réajustés : le taux fixé en ville passe à 0.9%, et celui fixé en campagne monte alors à 1.9%.



**Entre 1970 et 1979**  
**1980**

La fécondité passe de 5.8 à 2.7 enfants par femme.

Le taux d'accroissement naturel passe en même temps de 2.34 à 1.17%.

En 1980, la politique de l'enfant unique est mise en place.

Malgré son incohérence vis-à-vis de l'idéologie communiste, le gouvernement justifie cette mesure par le fait qu'elle ne sortirait pas de son sous-développement sans cette mesure, et aurait du mal à survivre.

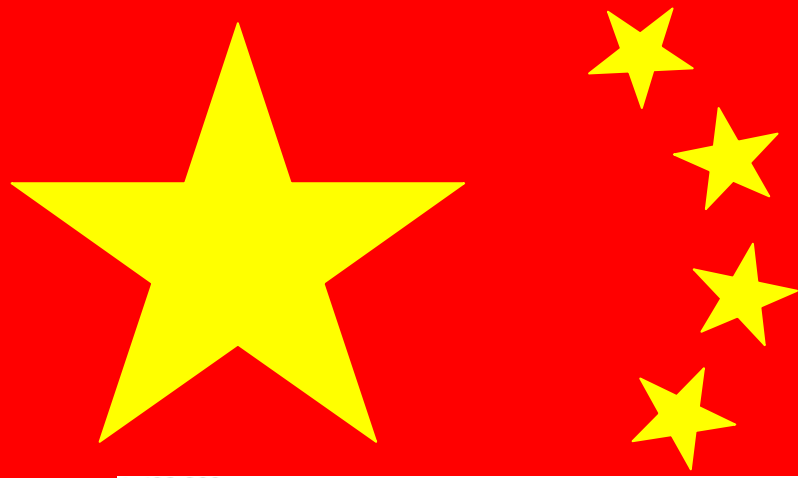


## **Des méthodes discutables**

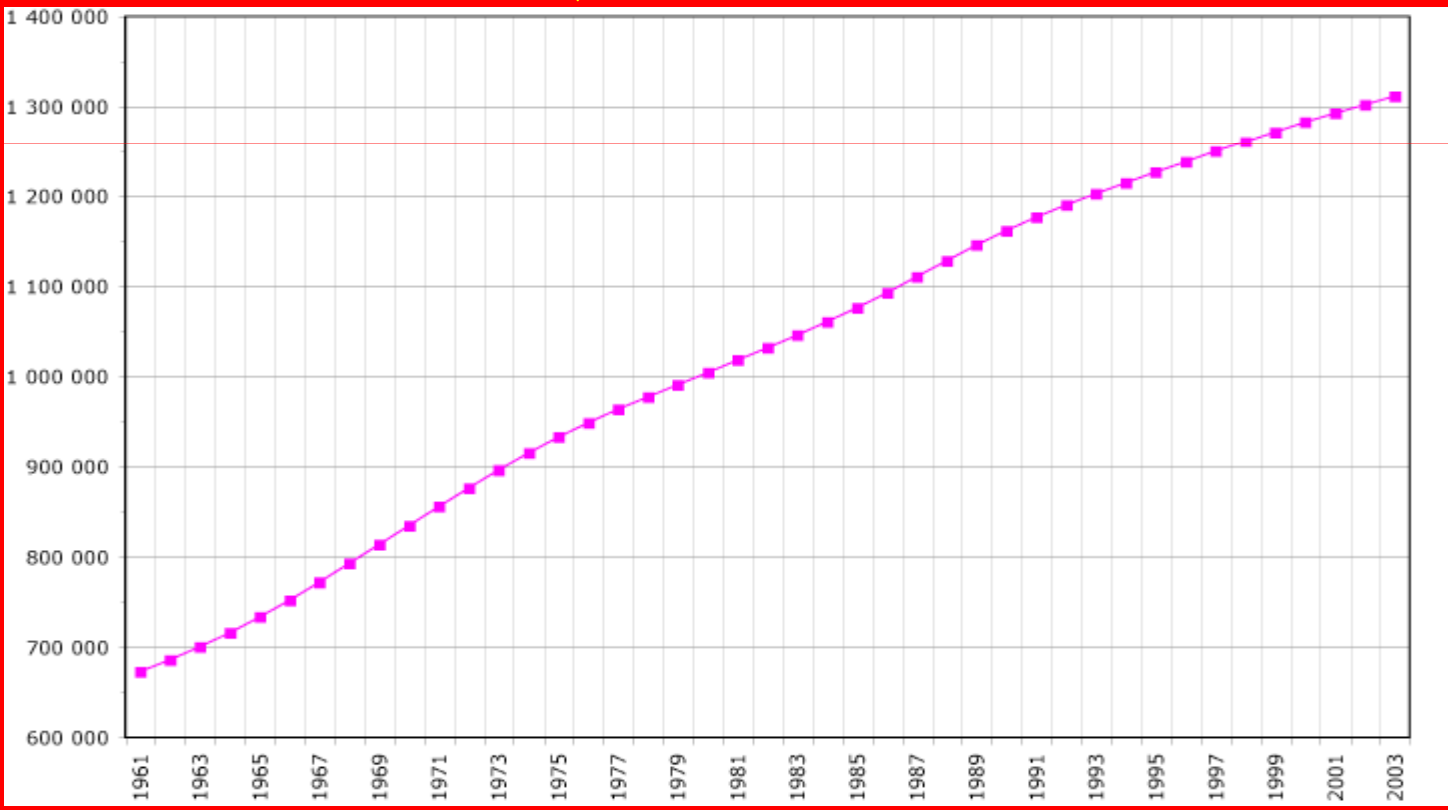
Parmi les moyens mis en place pour contrôler les naissances, on trouve :

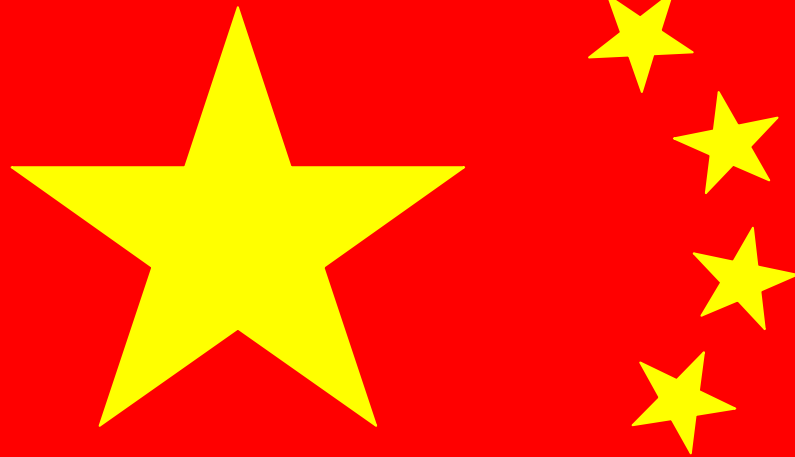
- Des méthodes de pression économique comme le fait que l'arrivée d'un troisième enfant entraîne un retrait des primes à la naissance ( 1962 ). On trouve également le retrait des tickets de rationnement pour ceux qui auraient trop d'enfants ( 1974 ).
- Des méthodes de pression sociales : des dénonciations publiques sont organisées, des visites de harcèlement sont faites pour forcer les populations à s'accorder avec le plan du contrôle des naissances.





## Pour les curieux





## Song Jian



**Naissance** : 1931

**Diplômes:**

1960 :

- Université technique Baumann
- Département de mécanique et mathématiques de l'université de Moscou

**En Chine, il a travaillé :**

- à l'Office de recherche en cybernétique à l'Institut de mathématiques de l'Académie des sciences
- pour le « septième ministère de l'Industrie de construction de machines » (devenu ministère de l'Industrie aérospatiale)



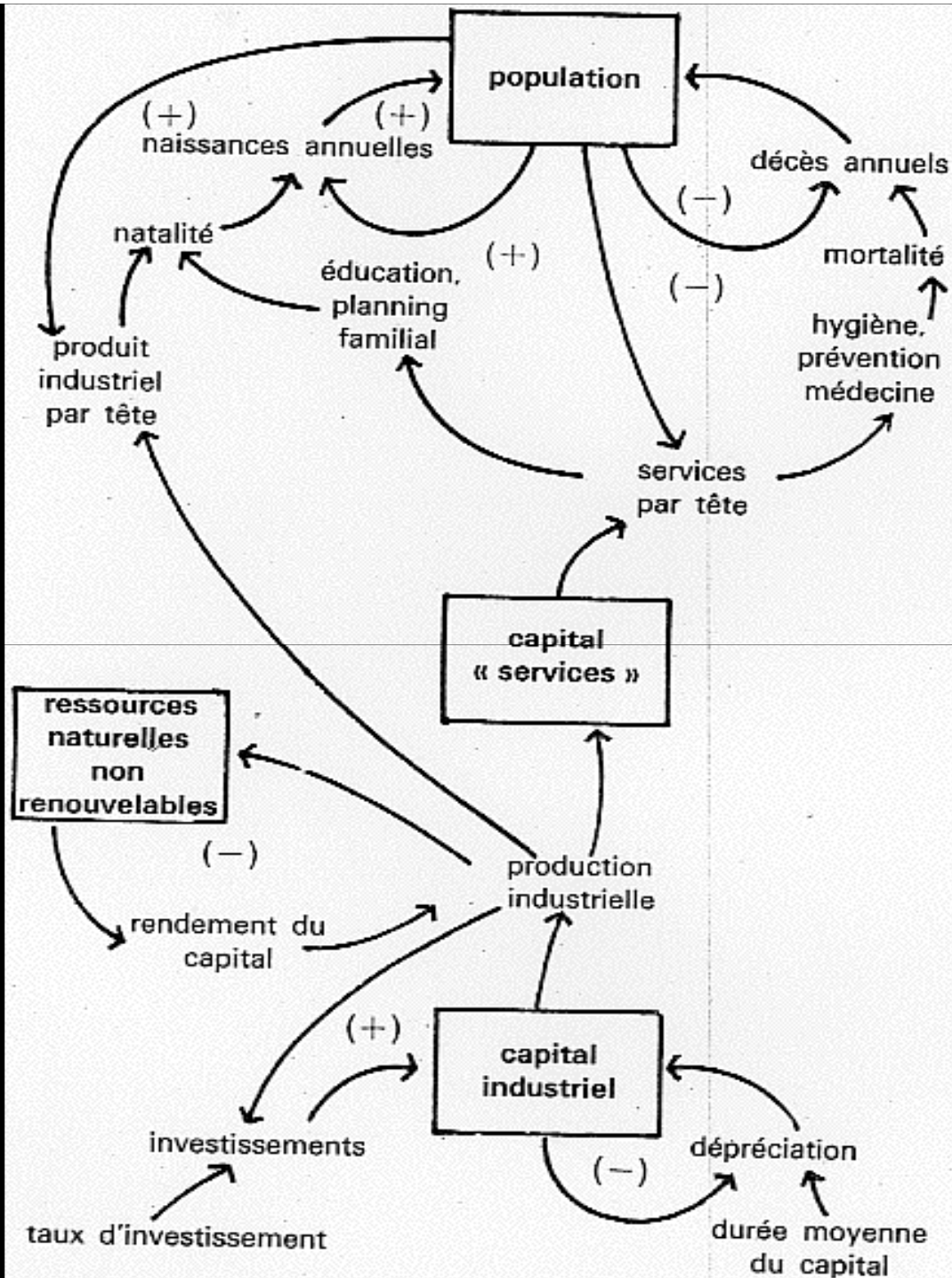
**1978 : Song Jian commence à s'intéresser aux liens entre la théorie du contrôle et la démographie.**

**Un texte avait été rédigé par un groupe du MIT en 1972 intitulé : *The Limits to Growth : A Report for the Club of Rome's project on the Predicament of Mankind.***

**Plus connu sous le nom de : «Rapport du Club de Rome » ou « Rapport Meadows ».**

**Modèle mathématique de croissance économique tenant compte :**

- \* des ressources naturelles**
- \* de la taille de la population**
- \* de la pollution**



## Modèle de simulation du Rapport du Club de Rome



## Le Club de Rome

C'est un groupe de réflexion qui réunit des scientifiques, économistes et fonctionnaires (nationaux et internationaux) de plus de 53 pays.

Il fut créé en 1968 et après l'édition du rapport qu'il avait demandé au MIT, ce groupe fut accusé de faire du « catastrophisme ».



**En 1978, une conférence se déroule à Helsinki où sont présents justement des membres du club de Rome qui vont présenter leur rapport.**

**Le gouvernement chinois limitant les contacts entre son peuple et l'extérieur, les intellectuels chinois ont peu d'information sur les actualités même scientifiques.**

**Song Jian a tout de même la chance de partir pour Helsinki et va assister à la conférence.**

# **Modélisation de l'évolution de la population**

Revenu en Chine, Song Jian a l'idée d'appliquer les théories de contrôle à la population chinoise.

Il redéveloppe alors les travaux de Lotka et McKendrick en établissant lui-même les équations décrivant l'évolution de la structure par âge de la population.

Afin de modéliser ces équations, on notera :

- $P(t,x)$  la densité de population d'âge  $x$  à un instant  $t$ ;
- $m(x)$  la mortalité à l'âge  $x$ ;
- $P_0(x)$  la structure de la population à l'instant  $t=0$ ;
- $b(t)$  la fécondité totale des femmes à l'instant  $t$ ;
- $f$  la proportion de femmes dans la population;
- $h(x)$  la distribution de probabilités de l'âge de la mère à la naissance de l'enfant.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial P}{\partial t}(x,t) + \frac{\partial P}{\partial x}(x,t) = -m(x)P(x,t) \\ P(x,0) = P_0(x) \\ P(0,t) = b(t)f \int_0^{+\infty} h(x)P(x,t)dx \end{array} \right.$$



Song Jian détermine le seuil critique :

$$b^* = \frac{1}{f \int_0^{+\infty} h(x) e^{-\int_0^x m(y) dy} dx}$$

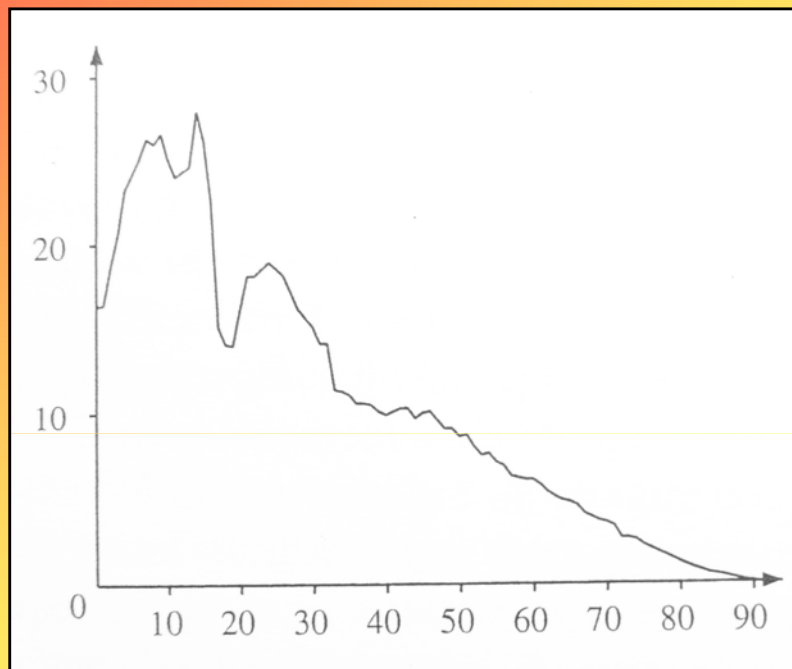
Et on a dans les conditions de 1978,  $b^* = 2,19$ .

Song Jian considère également la version du modèle avec un temps discret :

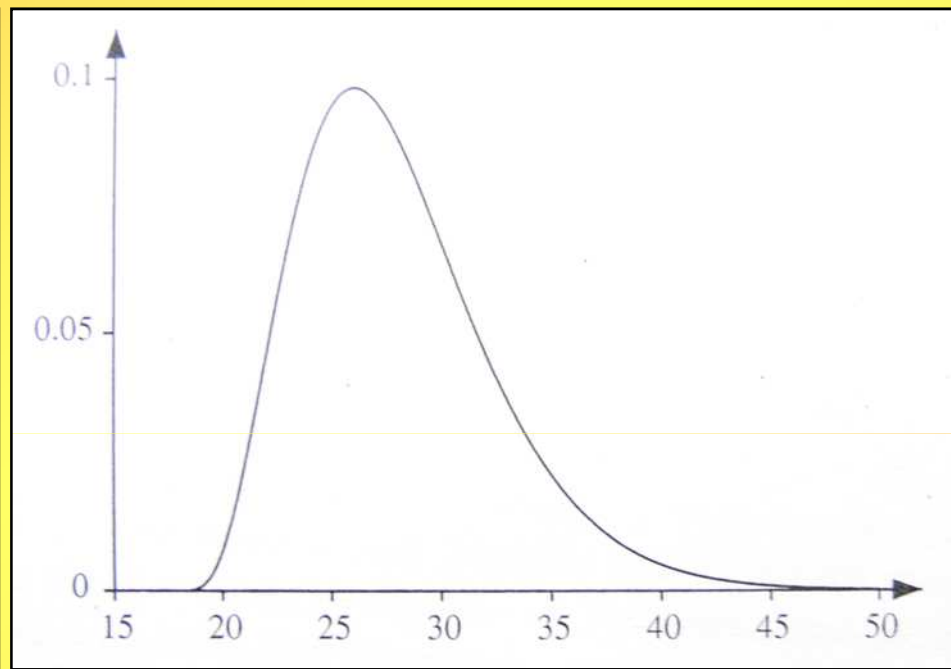
$$P_{n+1,k+1} = (1 - m_k) P_{n,k}$$

$$P_{n+1,0} = b_n f \sum_{k \geq 0} h_k P_{n,k}$$

Avec  $P_{n,k}$  la population d'âge  $k$  l'année  $n$ ,  $m_k$ ,  $b_n$  et  $h_k$  comme précédemment.

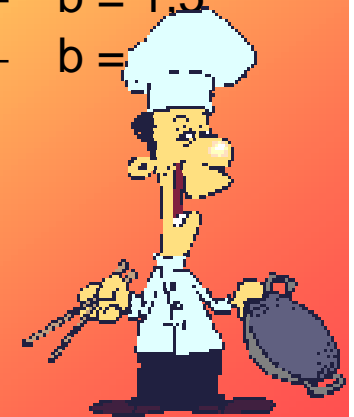
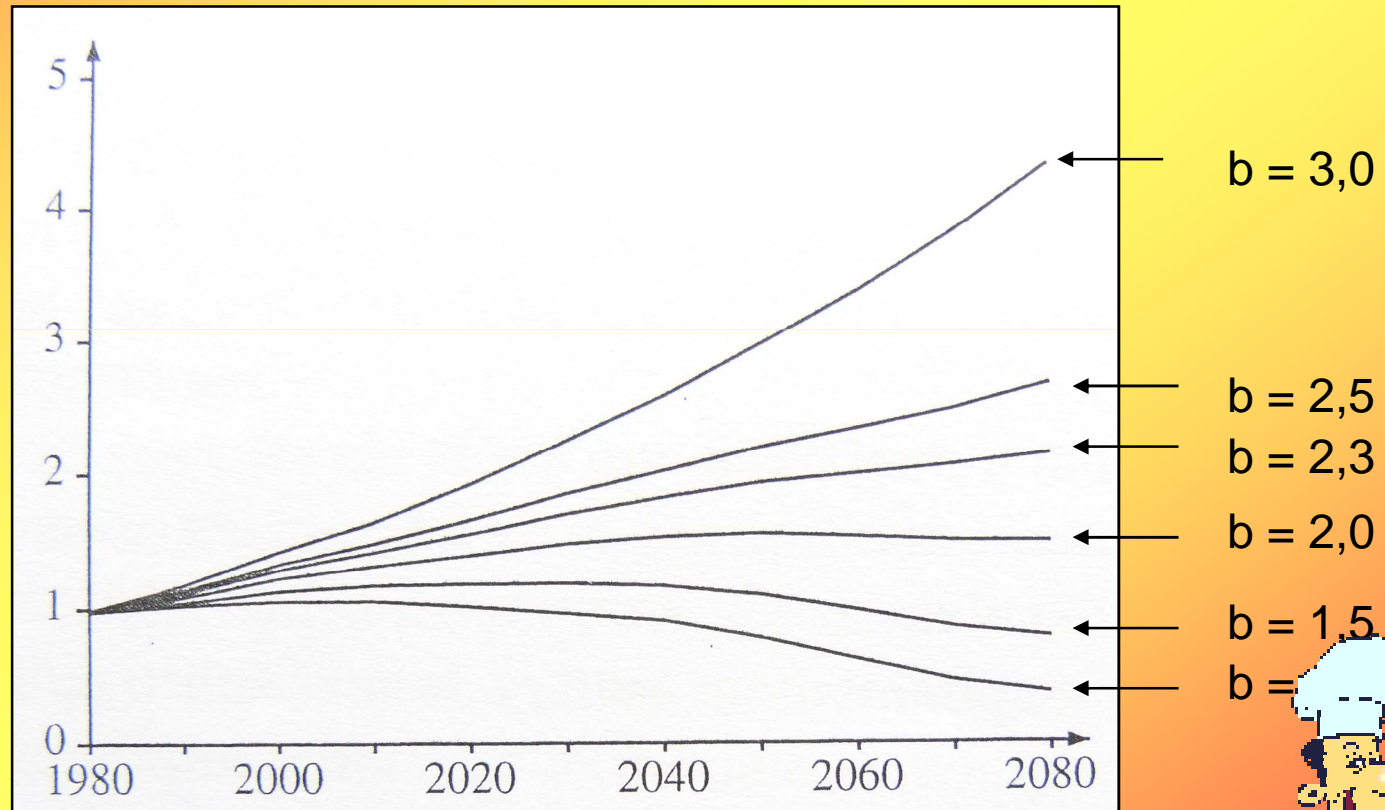


Pyramides des âges en 1978, l'axe vertical indique la population en millions et l'axe horizontal indique la classe d'âge.



Forme idéalisée de la répartition par âge de la fertilité en 1978.

**Projections démographiques en milliards suivant diverses hypothèses sur le nombre moyen  $b$  d'enfants par femme**





## Conséquences de la politique de l'enfant unique en Chine

- > Depuis son application en 1979, cette politique a empêché près de 400 millions de naissances.
- > Elle a été la cause de nombreux avortements forcés.
- > Beaucoup de petites filles ont été abandonnées par leurs parents qui préféraient avoir un petit garçon, provoquant également une intensification du proxénétisme et du trafic d'enfants.
- > En ville, l'enfant unique dans le foyer est gâté par ses 2 parents, 4 grands-parents et parfois 8 arrière-grands-parents.

# **Dynamique d'une population en fonction de l'âge des individus**



Le défaut majeur des modèles malthusiens :

ils supposent que le taux de reproduction est identique pour tous les individus de la population étudiée.

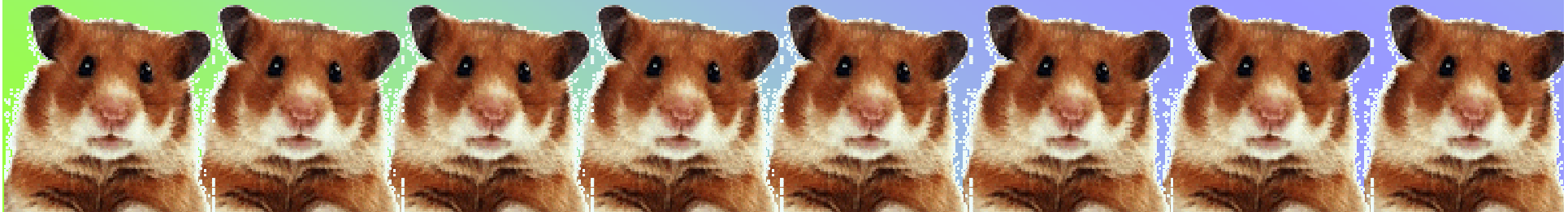
Ici nous allons tenir compte de « classes d'âges ».

# Introduction aux matrices de Leslie

Prenons la situation suivante :

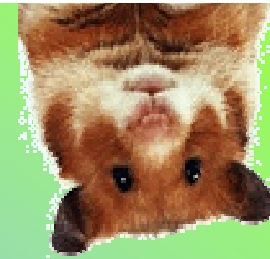
Une population de rongeurs ayant un cycle reproductif de 3 ans.

- ✓ On ne considère ici que la sous population formée des individus femelles.
- ✓ On suppose que chaque femelle donne en moyenne naissance à 6 femelles durant sa deuxième année et à 10 femelles durant sa troisième année.
- ✓ Cependant, seul un rongeur sur deux survit au delà de sa première année et seul 40% de ceux qui survivent la deuxième année survivront jusqu'à la troisième année.



On peut créer trois suites pour décrire l'énoncé :

$$\begin{cases} j(t+1) = 6p(t) + 10a(t) \\ p(t+1) = 0,5j(t) \\ a(t+1) = 0,4p(t) \end{cases}$$



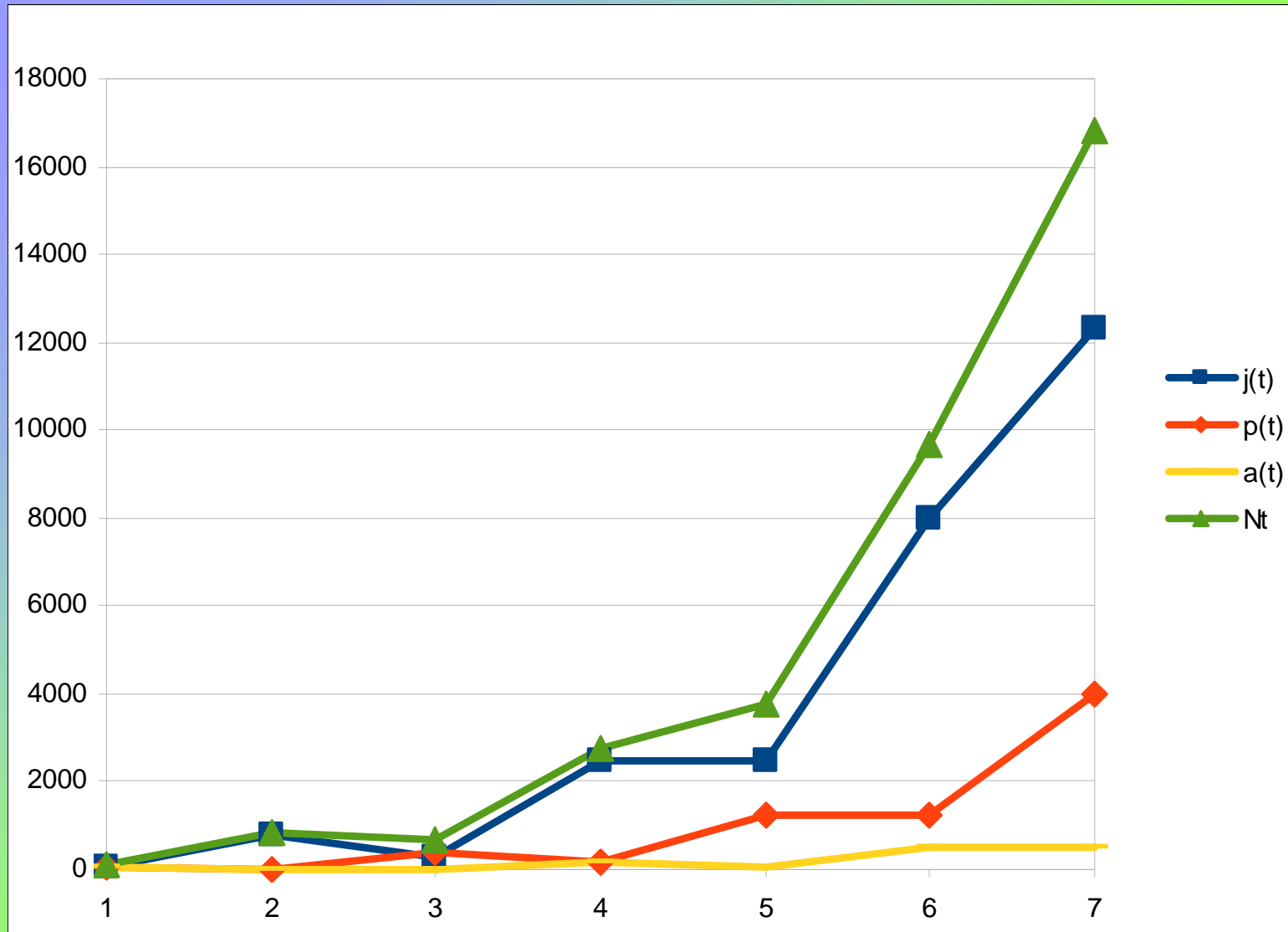
J : l'ensemble des femelles juvéniles

p : l'ensemble des femelles pré-adultes

a : l'ensemble des femelles adultes

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
j(t)	30	800	290	2460	2470	7960	12330	28820	52910	111120	216370
p(t)	50	15	400	145	1230	1235	3980	6165	14410	26455	55560
a(t)	50	20	6	160	58	492	494	1592	2466	5764	10582
Nt	130	835	696	2765	3758	9687	16804	36577	69786	143339	282512



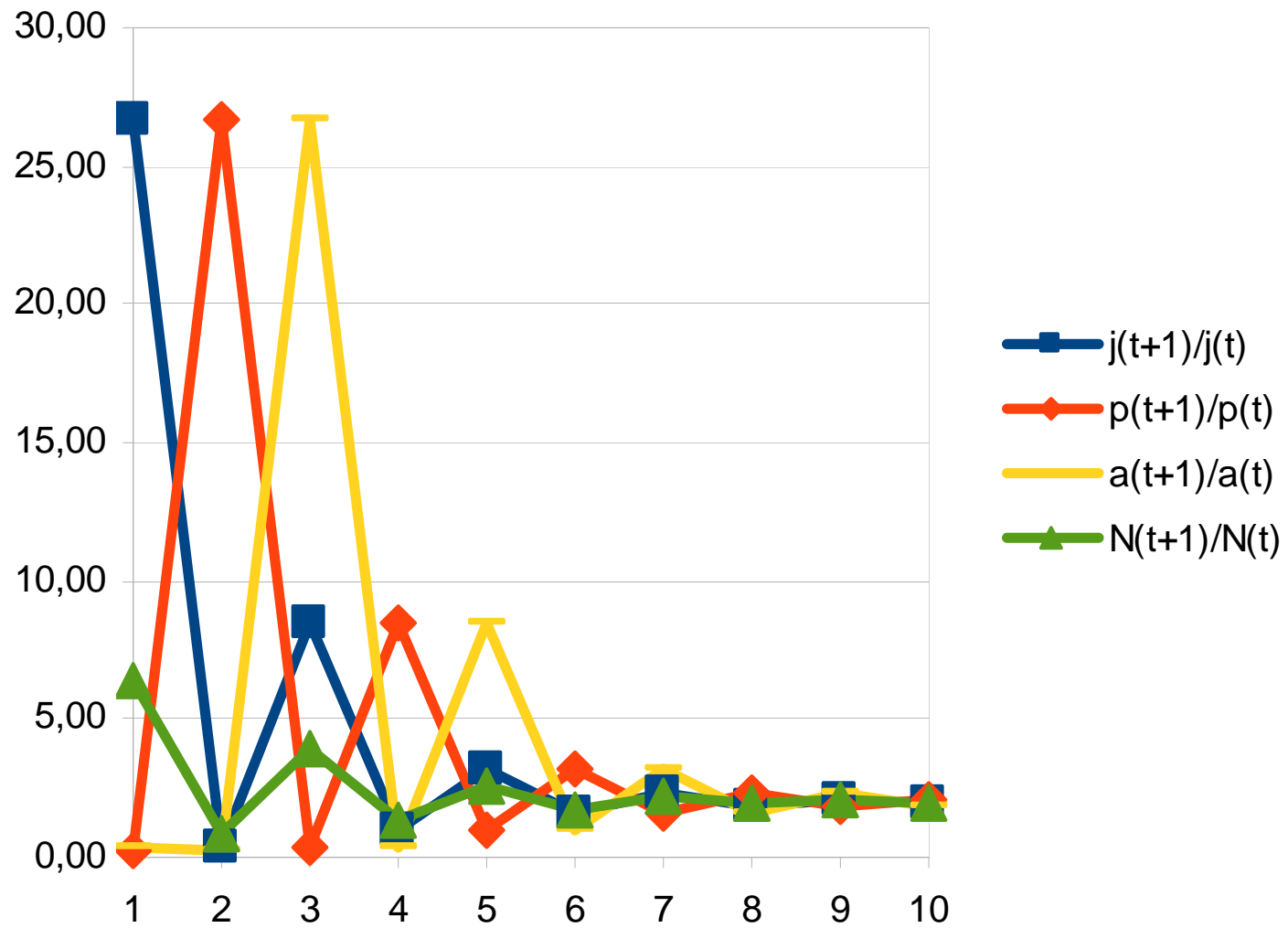


**Diagramme de l'évolution de la population**

Il est aussi intéressant d'étudier la dynamique des différentes classes d'ages :

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$j(t+1)/j(t)$	26,67	0,36	8,48	1,00	3,22	1,55	2,34	1,84	2,10	1,95
$p(t+1)/p(t)$	0,30	26,67	0,36	8,48	1,00	3,22	1,55	2,34	1,84	2,10
$a(t+1)/a(t)$	0,40	0,30	26,67	0,36	8,48	1,00	3,22	1,55	2,34	1,84
$N(t+1)/N(t)$	6,42	0,83	3,97	1,36	2,58	1,73	2,18	1,91	2,05	1,97

# Dynamique de la population

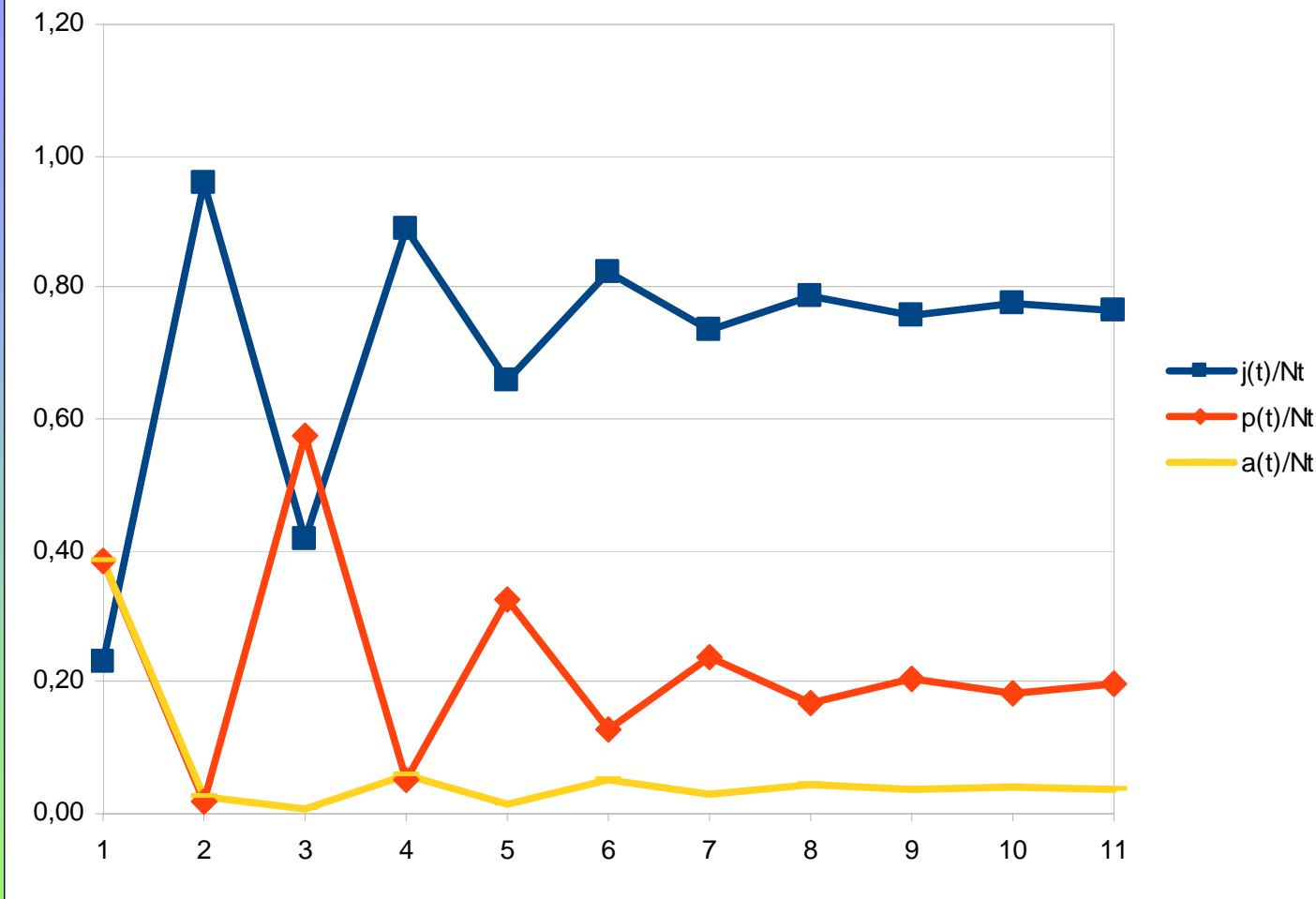


## Répartition de la population dans chaque classe d'age

$j(t)/Nt$	0,23	0,96	0,42	0,89	0,66	0,82	0,73	0,79	0,76	0,78	0,77
$p(t)/Nt$	0,38	0,02	0,57	0,05	0,33	0,13	0,24	0,17	0,21	0,18	0,20
$a(t)/Nt$	0,38	0,02	0,01	0,06	0,02	0,05	0,03	0,04	0,04	0,04	0,04



Evolution de la répartition au cours du temps



Dans les deux premiers diagrammes:

on a remarqué que toutes les courbes tendaient vers une valeur particulière : **2** (dans l'exemple).

C'est une valeur qui correspond au taux de croissance asymptotique et s'appelle la valeur propre dominante.

Dans le dernier diagramme:

la répartition tend vers une répartition asymptotique qui est dans l'exemple  $(j,p,a) = (100, 25, 5)$ .

Cette répartition a la propriété que, sur une population initiale répartie de cette façon, la dynamique est exactement le comportement asymptotique indiqué plus haut, à savoir:

une multiplication des effectifs par 2.

Les matrices de Leslie sont des matrices de la forme

$$\begin{pmatrix} f_1 & f_2 & f_3 & \dots & f_n \\ p_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & p_{n-1} & 0 \end{pmatrix}$$



Où  $(f_1, \dots, f_n)$  sont les coefficients de fertilité de chaque age, et les  $(p_1, \dots, p_{n-1})$  sont les probabilités de survie d'une classe d'age à la suivante.

On peut utiliser la notation matricielle pour la situation :

$$\begin{pmatrix} j(t+1) \\ p(t+1) \\ a(t+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 6 & 10 \\ 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0,4 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} j(t) \\ p(t) \\ a(t) \end{pmatrix}$$

Et la matrice  $\begin{pmatrix} 0 & 6 & 10 \\ 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0,4 & 0 \end{pmatrix}$  est une matrice de Leslie



## Valeurs propres et vecteurs propres

Soit  $L$  matrice  $n \times n$  et  $X$  un vecteur  $n \times 1$ , un nombre  $\lambda$  qui vérifie  
 $L \cdot X = \lambda X$

s'appelle une valeur propre de la matrice.

A chaque valeur propre est associé au moins un vecteur propre.

Si on appelle  $L$  la matrice

$$\begin{pmatrix} 0 & 6 & 10 \\ 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0,4 & 0 \end{pmatrix}$$

On vérifie qu'on peut lui associer la valeur propre et le vecteur propre trouvé par expérience:

$$\begin{pmatrix} 0 & 6 & 10 \\ 0,5 & 0 & 0 \\ 0 & 0,4 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 100 \\ 25 \\ 5 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} 100 \\ 25 \\ 5 \end{pmatrix}$$



## Comment trouver la valeur propre et le vecteur propre sans passer par l'expérience ?

Les valeurs propres d'une matrice  $A$  sont les solutions en  $\lambda$  de l'équation :

$$\det(A - \lambda \cdot I_n) = 0$$

Les vecteurs propres correspondants sont les éléments du noyau de  $A - \lambda \cdot I_n$



A une valeur propre peut être associé plusieurs vecteurs propres !

Mais on vérifie facilement que tout multiple d'un vecteur propre est un vecteur propre.

# Théorème de Perron Frobenius

On dit qu'une matrice de Leslie est régulière lorsque l'une de ses puissances a tous ses coefficients strictement positifs:

☞ C'est le cas de la matrice de l'exemple puisque sa puissance L5 est à coefficients strictement positifs.

Le Théorème de Perron Frobenius affirme qu'une matrice régulière possède une valeur propre positive strictement plus grande que toutes les autres valeurs propres que l'on appelle valeur propre dominante  $\lambda$  à laquelle est associé un vecteur propre  $X^*$  dit vecteur propre dominant et dont tous les coefficients sont positifs.

On a alors les propriétés suivantes :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{x_i(t+1)}{x_i(t)} = \lambda$$

et

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{X(t)}{N(t)} = X$$



- ✓ La représentation de l'évolution des populations se fait plus facilement avec les matrices de Leslie car on peut prévoir rapidement cette évolution à l'aide des valeurs propres et vecteurs propres, à condition de connaître les coefficients de fertilité de chaque classe d'âge.
- ✓ Pour l'étude d'une population humaine on peut bien entendu augmenter le nombre de classes d'âges et augmenter la précision des prévisions.
- ✓ L'inconvénient majeur de ce système pour l'étude d'une population est dans le fait qu'il ne tient pas compte de la sous population mâle !!

**Cet exposé vous a été présenté par  
(dans l'ordre alphabétique) :**

**Chaigneau Anthony**

**Cousseau Simon**

**Lemonnier Coline**

**Marque Alexandre**

**Nous pensons évidemment à Camille Métayer qui n'a pas pu assister à cette projection.**

**Mais, nous ne pouvons pas terminer cet exposé sans vous présenter ...**

**... nos meilleurs vœux pour cette nouvelle année !**

**Bonne année du lapin !!!**

恭賀新禧

辛卯年2011  
Happy New Year

新年好  
2011 新年快乐

