

Semaine 6 – 08/11– 12/11

Chapitres 1 & 2 – Révisions

3 Analyse Fonctionnelle

1. Fonctions d'un intervalle réel dans \mathbf{R} : révisions.
2. Continuité d'une fonction définie entre deux parties d'EVN : définition par les boules (avec ou sans quantification), caractérisations séquentielle et topologique, limites. Compatibilité au produit, à la composition, cas des fonctions à valeurs dans un corps. Caractérisation sur une partie dense.
3. Applications lipschitziennes. Continuité uniforme, critère séquentiel. Théorèmes de HEINE et WEIERSTRASS.
4. Applications linéaires et multilinéaires continues, cas de la dimension finie. Équivalence des normes en dimension finie. Continuité des fonctions polynomiales.
5. Fractions rationnelles, déterminant. Caractère ouvert de $GL_n(\mathbf{K})$, densité, caractère fermé de $SL_n(\mathbf{K})$, de $P^{-1}(a)$.
6. Intégration d'une fonction continue par morceaux sur un segment et à valeurs dans un EVN, Linéarité, compatibilité aux applications linéaires. Convergence des sommes de RIEMANN. Inégalité triangulaire, inégalité de la moyenne.
7. Dérivée d'une fonction définie sur un intervalle réel et à valeurs dans un EVN. Définition de CAUCHY et de WEIERSTRASS (limite de la pente et DL1). Équivalence avec la formulation de CARATHÉODORY (prolongement par continuité de la fonction pente). Dérivée à gauche, à droite. Dérivation coordonnée par coordonnée. Linéarité, dérivation, compatibilité aux applications linéaires, formule de LEIBNIZ.
8. Théorème de LEIBNIZ-NEWTON. Inégalité de LAGRANGE (accroissements finis). Formules de TAYLOR-LAPLACE (reste intégral), TAYLOR-LAGRANGE (inégalité) et TAYLOR-YOUNG.

4 Équations différentielles linéaires

1. Révisions de MPSI : équations différentielles linéaires scalaires à coefficients constants d'ordre 1 et 2.
2. Les exponentielles comme vecteurs propres, spectre de l'opérateur dérivée ; $\frac{d}{dx} - a\text{Id}$ est le conjugué de $\frac{d}{dx}$ par l'opérateur multiplication par e^{ax} .
3. Notion de sous-espace propre, de valeur propre. Somme directe d'espaces propres (définitions générales, application à l'opérateur $\frac{d}{dx}$). Polynômes de l'endomorphisme dérivée.
4. Équation différentielle linéaire d'ordre 1 à valeurs dans un espace vectoriel normé de dimension finie, systèmes d'équations différentielles linéaires, cas homogène, problème de CAUCHY. Théorème de CAUCHY-LIPSCHITZ (cas linéaire). Théorème d'EULER généralisé : l'espace des solutions forme un espace affine de direction donnée par le système homogène associé et un isomorphisme est donné par $Y \mapsto Y(x_0)$ pour tout x_0 de I , et toute solution est la restriction d'une (unique) solution sur I . Principe de superposition : cas homogène/complet, cas d'un second membre obtenu comme combinaison linéaire.
5. Système fondamental de solutions, matrice wronskienne, (déterminant) wronskien, théorème de LAGRANGE (variation des constantes).
6. Cas homogène à coefficients constants : exemples d'étude des systèmes à valeurs dans \mathbf{C}^2 , \mathbf{R}^2 , \mathbf{C}^3 , \mathbf{R}^3 . Approche sans théorie générale de la réduction, mais au contraire approche de la théorie de la réduction via des exemples de systèmes d'équations différentielles linéaires : racines doubles, racines triples. Solutions proportionnelles à un vecteur propre, combinaisons linéaires de vecteurs propres. Cas diagonalisable (seul cas étudié en dimension quelconque).
7. Systèmes différentiels linéaires généraux. Aucune technicité attendue.
8. Équations différentielles linéaires scalaires sous forme résolue : ordres 1 et 2, méthode de LAGRANGE, équation satisfaite par le wronskien.

Groupe de colles :

Interrogateur(trice) :

| | |
|------|--------------|
| Nom | Énoncés |
| Note | Commentaires |
| Nom | Énoncés |
| Note | Commentaires |
| Nom | Énoncés |
| Note | Commentaires |