Semaine 5 – 18/10– 22/10

Chapitres 1 & 2 – Révisions

3 Analyse Fonctionnelle

1. Fonctions d'un intervalle réel dans $\mathbf{R}$: théorèmes de HEINE, WEIERSTRASS, ROLLE, LAGRANGE (accroissements finis), LEIBNIZ-NEWTON (fondamental du calcul différentiel et intégral), théorème de la limite de la dérivée (C^k)
2. Continuité d'une fonction définie entre deux parties d'EVN : définition par les boules (avec ou sans quantification), caractérisations séquentielle et topologique, limites. Compatibilité au produit, à la composition, cas des fonctions à valeurs dans un corps. Caractérisation sur une partie dense.
3. Applications lipschitziennes. Continuité uniforme, critère séquentiel. Théorèmes de HEINE et WEIERSTRASS.
4. Applications linéaires et multilinéaires continues, cas de la dimension finie. Équivalence des normes en dimension finie. Continuité des fonctions polynomiales.
5. Fractions rationnelles, déterminant. Caractère ouvert de $\mathrm{GL}_n(\mathbf{K})$, densité, caractère fermé de $\mathrm{SL}_n(\mathbf{K})$, de $P^{-1}(a)$.
6. Intégration d'une fonction continue par morceaux sur un segment et à valeurs dans un EVN, Linéarité, compatibilité aux applications linéaires. Convergence des sommes de RIEMANN. Inégalité triangulaire, inégalité de la moyenne.
7. Dérivée d'une fonction définie sur un intervalle réel et à valeurs dans un EVN. Définition de CAUCHY et de WEIERSTRASS (limite de la pente et DL1). Équivalence avec la formuluation de CARATHÉODORY (prolongement par continuité de la fonction pente). Dérivée à gauche, à droite. Dérivation coordonnée par coordonnée. Linéarité, dérivation, compatibilité aux applications linéaires, formule de LEIBNIZ.
8. Théorème de LEIBNIZ-NEWTON. Inégalité de LAGRANGE (accroissements finis). Formules de TAYLOR-LAPLACE (reste intégral), TAYLOR-LAGRANGE (inégalité) et TAYLOR-YOUNG.

4 Équations différentielles linéaires

1. Révisions de MPSI : équations différentielles linéaires scalaires à coefficients constants d'ordre 1 et 2. Résolution dans le cas d'un second membre solution du même type d'équation différentielle. Solutions à valeurs réelles via la partie réelle des solutions à valeurs complexes.
2. Les exponentielles comme vecteurs propres, spectre de l'opérateur dérivée ; $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x} - a\mathrm{Id}$ est le conjugué de $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}$ par l'opérateur multiplication par e^{ax}.
3. Notion de sous-espace propre, de valeur propre. Somme directe d'espaces propres (définitions générales, application à l'opérateur $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}$). Polynômes de l'endormorphisme dérivée.
4. Équation différentielle linéaire d'ordre 1 à valeurs dans un espace vectoriel normé de dimension finie, systèmes d'équations différentielles linéaires, cas homogène, problème de CAUCHY. Théorème de CAUCHY-LIPSCHITZ (cas linéaire). Théorème d'EULER généralisé : l'espace des solutions forme un espace affine de direction donnée par le système homogène associé et un isomorphisme est donné par $Y \mapsto Y(x_0)$ pour tout x_0 de I, et toute solution est la restriction d'une (unique) solution sur I. Principe de superposition : cas homogène/complet, cas d'un second membre obtenu comme combinaison linéaire.

   La méthode de variation de la constante n'a été étudiée que pour les équations différentielles linéaires scalaires à coefficients constants d'ordre 1.

Groupe de colles : **Interrogateur(trice) :**

Nom	Énoncés
Note	Commentaires
Nom	Énoncés
Note	Commentaires
Nom	Énoncés
Note	Commentaires