Semaine 3 – 04/10– 08/10

1 Structures mères

1. Logique, ensembles, fonctions, familles.
2. Lois, magmas, groupes, anneaux, corps
3. Relations d'ordre, minimum, maximum, infimum, supremum, éléments maximaux et minimaux
4. Relations d'équivalence, classes d'équivalence
5. Axiomes/théorèmes de récurrence (prédicats sur $\mathbf{N}$)
6. Ensembles finis, cardinalité (principe des bergers, formule du crible – $n \leq 3$)
7. Combinatoire, arrangements, triangle de Pascal
8. Dénombrabilité. Réunion dénombrable d'ensembles dénombrables, produit fini d'ensembles dénombrables. $\mathbf{N}^k$, $\mathbf{Z}$, $\mathbf{Q}$, $\mathbf{R}$.
9. Espaces probabilisés : univers, tribu, probabilité. Inégalité de Boole (sous-σ-additivité), continuité monotone (probabilité d'une union croissante ou d'une intersection décroissante).
10. Probabilités conditionnelles, indépendance. Formules des probabilités composées, des probabilités totales, de Bayes.
11. Révisions d'algèbre linéaire : sommes et sommes directes, projecteurs, supplémentaires, formule de Grassmann, théorème du rang, formes linéaires, hyperplans.
12. Suites récurrentes linéaires et équations différentielles linéaires d'ordres 1 ou 2 (révisions).

2 Topologie

1. Espaces vectoriels normés, boules.
2. Distance d'un point à un ensemble, de deux ensembles, parties bornées.
3. Suites et séries dans un EVN, convergence, valeurs d'adhérences, espace produit.
4. Intégration sur un segment à valeurs dans un EVN. Intégrales généralisées à valeurs réelles ou complexes. Relation de Chasles, linéarité, positivité, croissance. Dérivation. **Seule la théorie a été présentée, aucune virtuosité technique n'est attendue.**
5. Topologie : ouverts, fermés, parties denses. Points limites, points isolés. Points adhérents, points intérieurs, adhérence, intérieur, frontière. Topologie relative.
6. Compacts : définition séquentielle. Caractère fermé et borné, parties compactes d'un compact, produit de compacts, intersection de compacts. Théorème de Bolzano-Weierstrass et réciproque partielle. Théorème de Heine-Borel (caractérisation en dimension finie).
7. Équivalence des normes en dimension finie (résultat temporairement admis) : N_1 est dominée par N_2 si $N_1 \prec N_2$, i.e. $\exists a \in \mathbf{R}_+^* d\ N_1 \leq aN_2$, i.e. (la topologie induite par) N_2 est plus fine que (la topologie induite par) N_1. Invariance des propriétés topologiques par changement de normes équivalentes, interprétation en terme de continuité de l'application identité. Exemples et contre-exemples en dimension infinie.

Groupe de colles : **Interrogateur(trice) :**

Nom	Énoncés
Note	Commentaires
Nom	Énoncés
Note	Commentaires
Nom	Énoncés
Note	Commentaires