

Semaine 15 – 30/01 – 03/02

MPSI, chapitres 1 à 9 – Révisions

10 Séries de fonctions

1. Modes de convergence : convergence simple, uniforme, normale, sur un voisinage, sur les segments. Continuité de la limite/somme. Convergence sur les segments. Double limite.
2. Séries géométrique et exponentielle dans une algèbre normée : continuité.
3. Intégration et dérivation : limite/somme et convergence uniforme, fonctions de classe C^k . Dérivation de $t \mapsto \exp(ta)$ pour a dans une algèbre normée.
4. Étude de fonctions définies par des séries.

11 Géométrie (euclidienne)

1. Espaces euclidiens : adjoint, automorphismes orthogonaux, isométries vectorielles. Groupe orthogonal : $\mathcal{O}(E)$, $\text{SO}(E)$. Caractérisation des isométries vectorielles. Isométries directes.
2. Groupe orthogonal : $\mathcal{O}_n(\mathbf{R})$, $\text{SO}_n(\mathbf{R})$. Caractérisation des matrices orthogonales. Orientation d'un espace vectoriel, d'un espace euclidien, rotations.

La réduction des automorphismes orthogonaux n'a pas été étudiée.

12 Séries entières

1. Théorème d'approximation polynomiale de WEIERSTRASS.
2. Séries entières (variable réelle ou complexe). Lemme d'ABEL, rayon de convergence, règle de D'ALEMBERT. Relations de comparaison. Somme et produit de deux séries entières.
3. Convergence normale sur tout disque fermé inclus dans le disque ouvert de convergence. Continuité sur le disque ouvert de convergence.
4. Régularité dans le cas de la variable réelle, théorème d'ABEL radial. Intégration et dérivation. Fonctions développable en série entière (en 0), unicité du développement, caractérisation par le reste intégral (ou de LAGRANGE) dans la formule de TAYLOR.
5. Exemples et applications : fonction génératrice ($G_X(t) = \mathbf{E}(t^X)$), calculs des moments, fractions rationnelles, intégration/dérivation des fonctions développables en série entière, résolution d'équations différentielles. Calcul de $\sum P(n)z^n$ pour P dans $\mathbf{C}[X]$. Application au caractère C^∞ de fonctions définies par des quotients (comme $\frac{1 - \cos(x)}{x^2}$).

Groupe de colles :

Interrogateur(trice) :

Nom	Énoncés
Note	Commentaires
Nom	Énoncés
Note	Commentaires
Nom	Énoncés
Note	Commentaires