Semaine 14 – 31/01– 04/02

Chapitres 1 à 8 – Révisions

9 L^1 – Sommabilité

1. Séries alternées, critère de Leibniz. Transformation d'Abel et intégration par parties. Série harmonique alternée, semi-convergence de l'intégrale de Dirichlet. La règle d'Abel a été donnée mais est hors-programme.
2. Familles sommables de complexes : définition par la sommabilité absolue (la notion générale de famille sommable est hors-programme). Convergence absolue pour une série à valeurs dans un espace vectoriel normé de dimension finie. Intégrabilité des fonctions continues par morceaux sur un intervalle et à valeurs complexes.
3. Séries géométrique et exponentielle dans une algèbre normée.
4. Somme d'une famille sommable, intégrale d'une fonction intégrable.
5. Convergence commutative, sommation par paquets. Théorèmes de Fubini-Tonelli (critère de sommabilité) et de Fubini (séries à termes complexes) discrets, produit de Cauchy. Exponentielle d'une somme de deux éléments commutant entre eux.
6. Espaces $\ell^1(F)$, $\ell^1(I, \mathbf{K})$ et $\mathcal{L}^1(I, \mathbf{K})$. Linéarité, positivité et croissance de la somme et de l'intégrale. Inégalité triangulaire. Relation de Chasles.
7. Comparaison. Intégrabilité locale et sommation des relations de comparaison (rappels).
8. Changement de variables : cas de l'intégrale sur un segment avec f continue (φ de classe C^1), cas de l'intégrabilité sur un intervalle avec f continue par morceaux et φ bijective et de classe C^1. Intégration par parties et perte du caractère intégrable.

10 Variables aléatoires

1. Variable aléatoire discrète réelle sommable, espérance d'une variable aléatoire réelle discrète sommable. Espace $\mathcal{L}^1(\Omega, \mathcal{A}, \mathbf{P})$. Linéarité, positivité et croissance de l'espérance. Inégalité triangulaire, comparaison. Variables centrées.
2. Variance, moments, écart-type, formule de König. Variables réduites. Exemples : $\mathcal{P}(\lambda)$, $\mathcal{G}(p)$.
3. Formule de transfert pour $\mathbf{E}(f(X))$, inégalité de Markov générale $\mathbf{P}(X \geq a) \leq \dfrac{\mathbf{E}(f(X))}{f(a)}$.
4. Inégalité de Cauchy-Schwarz, espace $\mathcal{L}^2(\Omega, \mathcal{A}, \mathbf{P})$.
5. Propriétés élémentaires de la variance, inégalité de Bienaymé-Tchebychev.

11 L^1 – Séries de fonctions

1. Modes de convergence : convergence simple, uniforme, normale, sur un voisinage, sur les segments. Continuité de la limite/somme. Convergence sur les segments. Double limite.
2. Séries géométrique et exponentielle dans une algèbre normée : continuité.
3. Intégration et dérivation : limite/somme et convergence uniforme.

Groupe de colles : **Interrogateur(trice) :**

Nom	Énoncés
Note	Commentaires
Nom	Énoncés
Note	Commentaires
Nom	Énoncés
Note	Commentaires