

Johannes Kepler

- Naissance à Weil der Stadt, en Souabe, le 27 décembre 1571.
- 1589: après des études dans des couvents locaux, entre à l'université de Tübingen pour étudier la théologie luthérienne. Y suit aussi les cours de l'astronome Michael Maestlin, avec qui il restera en contact amical et qui lui fait connaître le système copernicien.
- 1594: double poste de professeur et de mathématicien à Graz (doit enseigner, mais aussi établir le calendrier, faire des pronostics pour le temps, les récoltes, les événements politiques, etc.).



LA CONJECTURE DE KEPLER

« Les rangs sont d'abord ajustés en plan. Ils seront en carré et chaque globe du rang supérieur se trouvera entre quatre du rang inférieur. L'assemblage sera très serré, de sorte qu'ensuite aucune disposition ne permettra un plus grand nombre de globules dans le même récipient. »



Le Mystère du Monde selon Johannes Kepler

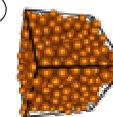


- 1596: publication du *Mysterium cosmographicum* (Le secret du monde) à Tübingen. Kepler y propose un système géocentrique où les orbites des six planètes connues à l'époque sont inscrites dans des sphères, elles-mêmes circonscrites et inscrites successivement aux cinq solides réguliers platoniciens (cube, tétraèdre, octaèdre, etc.). A la suite de cette publication, critiques de l'astronome Tycho Brahé qui l'invite néanmoins à être son assistant à Prague et à l'aider dans ses calculs de l'orbite de Mars. La Contre-Réforme, très active à Graz, pousse Kepler à accepter l'invitation.
- 1601: à la mort de Brahe, lui succède comme mathématicien de l'empereur (catholique) Rodolphe II à Prague.
- 1604: *Suppléments à Vitellion*. Etablit une théorie mathématique de la *camera obscura* et explique le fonctionnement de l'oeil humain.
- 1606-9: Correspondance avec Thomas Harriot sur l'atomisme et la réfraction, qui déclenche l'intérêt de Kepler pour les arrangements sphériques.
- 1609: *Astronomia nova (Nouvelle Astronomie)*. Contient les résultats de sa "Guerre avec Mars". Kepler a mis en évidence (après des calculs très laborieux utilisant les centaines d'observations de Brahe) que Mars décrit une ellipse, avec le Soleil à l'un des foyers, et que la droite joignant Mars au Soleil balaie des surfaces égales en des temps égaux quand la planète décrit son orbite (étendues à toutes les planètes, ce sont les deux premières "Lois de Kepler").
- 1610: Réponse enthousiaste de Kepler au *Messenger Céleste* de Galilée qui relate la découverte des lunes de Jupiter et d'autres observations nouvelles grâce à l'usage d'un télescope.
- 1611: Kepler publie deux ouvrages: une *Dioptrique* où il étudie les propriétés des lentilles et invente le télescope astronomique, qui utilise deux lentilles convexes; *L'Etrene ou la neige sexangulaire*, où il étudie les arrangements denses de gouttes sphériques et affirme que l'empilement le plus serré dans l'espace est hexagonal.

Pour démontrer la conjecture de Kepler, il faut se donner des outils afin de confirmer ce qui est intuitivement clair. À tout remplissage de l'espace par des globules (sphères), on associe un « réseau » de points : le réseau des centres de ces sphères. La cellule de Voronoï d'un point du réseau est la partie de l'espace plus proches de lui que des autres points. On appelle diagramme ou tessellation de Voronoï la partition de l'espace en cellules de Voronoï. La triangulation de Delaunay est obtenue en reliant deux points du réseau si leurs cellules de Voronoï sont adjacentes.



Chaque cellule de Voronoï contient une sphère et la densité de remplissage y est donc égale au rapport entre le volume de la sphère et celui de la cellule. Dans l'arrangement proposé par Kepler, connu de tous les marchands de primeurs, on obtient la densité $\pi\sqrt{18} \approx 0,74$.

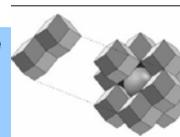


Les diagrammes de Voronoï sont également fréquemment rencontrés pour représenter des phénomènes de croissance : que ce soit des cristaux ou de l'univers. On les utilise également pour modéliser la structure des protéines : chaque point est alors le site d'un acide aminé. Citons, comme utilisations, l'étude de la compressibilité des protéines, la détection des cavités à l'intérieur des protéines, l'étude des interactions entre résidus aromatiques etc. On les trouve dans la nature sur la carapace d'une tortue ou sur le cou d'une girafe réticulée. En robotique, on s'en sert pour rechercher les plus proches voisins ou planifier le mouvement. C'est en particulier un ingrédient central en géométrie algorithmique.

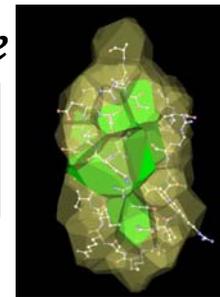
La conjecture dodécaédrale

Si l'on veut adapter la stratégie de Thue à l'espace, il faut donc trouver les cellules de Voronoï de volume minimal. La conjecture dodécaédrale affirme qu'il s'agit du dodécaèdre régulier et a été démontrée par Hales et McLaughlin en 1999, juste après la conjecture de Kepler.

La résolution de cette conjecture est en fait insuffisante pour obtenir la conjecture de Kepler. En effet il est impossible de remplir l'espace avec des dodécaèdres réguliers. Aussi même si ces dodécaèdres forment localement la meilleure façon de compacter des sphères, ce n'est pas la meilleure façon, globalement.



Les cellules de Voronoï associées à la configuration décrite par Kepler sont des dodécaèdres à face losange. Contrairement aux dodécaèdres réguliers, on peut s'en servir pour paver l'espace.



- 1612: Mort de Rodolphe II. Kepler quitte Prague et devient mathématicien dans la ville protestante de Linz.
- 1615: Publication de la *Nouvelle stéréométrie des tonneaux de vin (Nova stereometria doliorum vinariorum)*. Kepler, dont l'intérêt pour le problème est né lors de commandes de vin pour son mariage, y détermine le volume de différents corps de révolution, par une méthode qui préfigure le calcul intégral et le développement des infinitésimaux.
- 1618-21: *Résumé de l'astronomie copernicienne*, fondé sur d'intensifs calculs d'éphémérides utilisant les logarithmes. L'ouvrage est mis à l'index. Procès en sorcellerie de la mère de Kepler. C'est Kepler lui-même qui assurera sa défense et éloignera son destin du bûcher auquel elle était promise. Début de la Guerre de Trente ans.
- 1619: Kepler publie *l'Harmonie du Monde (Harmonices mundi libri V)*, son second livre de cosmologie. Le livre inclut une discussion des pavages, la détermination des polyèdres convexes réguliers et la présentation de deux nouveaux polyèdres réguliers (non convexes), ainsi que la troisième loi de Kepler liant la taille des orbites aux périodes de révolution.
- 1624: Explication des logarithmes.
- 1627: Publication de nouvelles tables astronomiques très précises, les *Tables Rudolphines*, utilisant ses lois sur les orbites des planètes. Elles seront largement utilisées, pour établir le calendrier religieux, mais aussi en astronomie et pour la navigation.
- 1628: Entre au service de Albrecht von Wallenstein comme mathématicien-astrologue.
- 1630: Mort à Regensburg, au cours d'un voyage.