

# Mathématiques et justice

## Extraits de la lettre de Poincaré à Painlevé

[...]

Maintenant si vous voulez seulement savoir si, dans les raisonnements où M. Bertillon applique le calcul des probabilités, cette application est correcte, je puis vous donner mon avis.

Prenons le premier de ces raisonnements, le plus compréhensible de tous.

Sur 13 mots redoublés correspondant à 26 coïncidences possibles, l'auteur constate 4 coïncidences réalisées.

Évaluant à 0,2 la probabilité d'une coïncidence isolée, il conclut que celle de la réunion de 4 coïncidences est de 0,0016.

**C'est faux.**

0,0016 c'est la probabilité pour qu'il y ait 4 coïncidences sur 4. Celle pour qu'il y en ait 4 sur 26 est 400 fois plus grande, soit 0,7.

**Cette erreur colossale rend suspect tout ce qui suit.**

Ne pouvant d'ailleurs examiner tous les détails, je me bornerai à envisager l'ensemble du système.

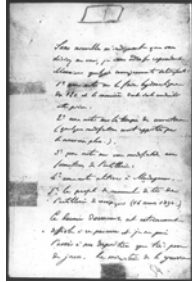
Outre les 4 coïncidences précitées, on en signale un grand nombre de nature différente, mettons 10000,

mais il faudrait comparer ce nombre à celui des coïncidences possibles, i.e. de celles que l'auteur aurait compté à son actif s'il les avait constatées. S'il y a 1000 lettres dans le bordereau, cela fait 999000 nombres, en comptant les différences des abscisses et celles des ordonnées.

**La probabilité pour que sur 999000 nombres il y en ait 10000 qui aient pu paraître « remarquables » à un chercheur aussi attentif que M. Bertillon c'est presque la certitude.**

[...]

**En résumé, les calculs de M. Bertillon ne sont pas exacts. Le seraient-ils qu'**



## Les erreurs mathématiques liées au « sophisme du procureur »

### Les probabilités conditionnelles

- ❖ Pour évaluer la probabilité d'innocence (I) de Sally Clark, il faut évaluer la chance qu'il y ait un double décès inexplicable (A) sachant qu'il y a un double décès (D).
- ❖ Autrement dit chercher le nombre de fois qu'un événement rarissime se produit dans une population très restreinte (celle de ceux qui ont subi deux décès) et non le nombre de fois qu'il se produit au sein de la population totale.

### Du rare au très rare

- ❖ Quand on analyse des événements rares l'important est de comparer le rare au très rare. Et pareillement avec les événements très probables (presque certains).
- ❖ Une chose évidente qui n'a pourtant pas été faite était d'effectuer le calcul tout aussi sordide du pourcentage de mères infanticides et récidivistes.
- ❖ Ainsi au Royaume-Uni environ 30 enfants sont tués par leur mère chaque année, un nombre comparable au nombre de MSN par an, ce qui fait que les deux hypothèses sont en fait à peu près aussi probables...

Pour en savoir plus sur cette affaire consultez la page de François Sauvageot [www.math.jussieu.fr/~sauvageot/](http://www.math.jussieu.fr/~sauvageot/)

### Un calcul sordide

Nous prenons deux hypothèses: (A) les enfants de Sally Clark sont morts par accident, (M) Sally Clark les a tués; et nous négligeons les autres possibilités.

On utilise la formule des probabilités conditionnelles:

$$P(A|D) = \frac{P(A)P(D|A)}{P(A)P(D|A) + P(M)P(D|M)} = \frac{P(A)}{P(A) + P(M)} = \frac{1}{1 + \frac{P(M)}{P(A)}}$$

En prenant 1/1000 comme probabilité pour une MSN, on peut penser que P(A) est supérieur à 10 fois (1/1000)\*(1/1000), soit P(A) supérieur à 1/100000; avec 30 infanticides par an et 650000 naissances par an, on peut penser que P(M) est inférieur à 10 fois 1/20 000, soit P(M) inférieur à 1/200 000. On obtient:

$$P(A|D) \geq \frac{1}{1 + 0.5} = \frac{2}{3}$$

La probabilité pour que Sally Clark soit innocente est, avec nos hypothèses de travail, supérieure à 2/3 !!!

Mais de toute façon, quel qu'ait été le résultat :

**aucune conclusion ne serait pour cela légitime, parce que l'application du calcul des probabilités aux sciences morales est comme l'a dit Auguste Comte, le scandale des mathématiques, parce que Laplace et Condorcet, qui calculaient bien, eux, sont arrivés à des résultats dénués de sens commun!**